METODE SPECIFICE DE REZOLVARE A PROBLEMELOR DE ARITMETICĂ

Novac-Claudiu CHIRIAC
PhD Lecturer
"Constantin Brâncuşi" University of Târgu-Jiu

ABSTRACT*. IN THIS PAPPER WE WILL PRESENT THE MOST IMPORTANT SPECIFIC METHODS FOR SOLVING ARITHMETIC PROBLEMS. ALSO, FOR EACH METHOD, WE WILL PRESENT SIGNIFICANT EXAMPLES OF HOW TO APPLY IT.*

1. INTRODUCERE

Rezolvarea problemelor de matematică este una din cele mai sigure căi ce duce la dezvoltarea gândirii, imaginației, atenției și spiritului de observație al elevilor. Această activitate pune la încercare în cel mai înalt grad capacitățile intelectuale ale elevilor, le solicită acestora toate disponibilitățile psihice, în special inteligența, motiv pentru care, programa de matematică din ciclul primar acordă rezolvării problemelor o importanță deosebită. Nu este vorba de a parcurge cât mai multe tipuri de probleme sau metode de rezolvare, ci despre a-i crea elevului situații noi de învățare, la care să răspundă cât mai adecvat, în urma unui demers de explorare și investigație.

Prin rezolvarea de probleme, elevii își formează priceperi și deprinderi de a analiza situația dată de problemă, de a intui și descoperi calea prin care se obține ceea ce se cere în problemă. Rezolvarea problemelor contribuie astfel la cultivarea și dezvoltarea capacităților creatoare ale gândirii, la sporirea flexibilității ei, a capacităților anticipativ-imaginative, la educarea perspicacității și spiritului de inițiativă, la dezvoltarea încrederii în forțele proprii.

Metodele aritmetice de rezolvare a problemelor se clasifică în două categorii: metode aritmetice fundamentale sau generale și metode aritmetice specifice sau particulare.

Metodele aritmetice generale se aplică într-o măsura mai mare sau mai mică în rezolvarea tuturor problemelor.

Metodele aritmetice specifice sunt mai variate și diferă de la o categorie de probleme la alta, adoptându-se specificului acestora. Cele mai importante si mai frecvente sunt următoarele: metoda figurativă sau grafica, metoda comparației, metoda falsei ipoteze, metoda mersului invers, regula de trei simplă sau compusă. Asupra acestor metode ne vom opri și noi în continuare arătând specificul fiecăreia și dând exemple semnificative pentru fiecare.

În rezolvarea problemelor nu este întotdeauna eficientă aplicarea unei singure metode, fiind necesară combinarea metodelor, în anumite etape ale rezolvarii, predominând una dintre ele.

Alteori orientarea se face dupa felul cum au fost rezolvate problemele înrudite, procedând similar, adică aplicând metoda analogiei.

De asemenea, în afara de metodele mentionate mai sus, există și alte metode specifice aplicabile în rezolvarea unor anumite categorii de probleme, cum sunt: problemele de împărțire în părți proporționale, problemele cu procente, problemele de mișcare, problemele nonstandard, etc.

2. METODA FIGURATIVĂ SAU METODA GRAFICĂ

Metoda artitmetică, care pentru reprezentarea mărimilor din problemă și a relațiilor dintre ele utilizează elemente grafice sau desene și scheme se numește metoda figurativă sau metoda grafică.

În aplicarea acestei metode se poate face apel la orice categorie de elemente grafice sau combinații ale acestora cu condiția ca ele să fie adecvate naturii datelor problemei și specificului lor. Astfel, se pot întâlni:

-desene care reprezintă acțiunea problemei și părțile ei componente (pentru clasele mici);
-figuri geometrice diferite: segmentul de dreaptă, triunghiul, dreptunghiul, pătratul, cercul;
-figurarea schematică a relațiilor matematice dintre datele problemei;
-diverse semne convenționale, unele obisnuite, altele stabilite de comun acord cu elevii;
-elemente grafice simple: puncte, linii, ovale, cerculete, etc.

Metoda figurativă ajută la formarea schemei problemei, la concentrarea asupra tuturor condițiilor problemei. În rezolvarea unei probleme care face apel la această metodă, sprijinul se face pe raționament, folosind întelesul concret al operatiilor.

Metoda figurativă este situată pe primul loc în ceea ca privește utilitatea ei, datorită avantajelor pe care le prezintă. Astfel:

-are caracter general, utilizându-se la orice categorii de probleme în care se preteaza figurarea și pe diferite trepte ale scolarizării;
-are caracter intuitiv, înțelegerea relațiilor dintre datele problemei făcându-se pe baza imaginilor vizuale, uneori intervenind acțiunea directă, mișcarea și transpunerea acesteia pe plan mintal;
-prin dimensiunile elementelor figurative și prin proporțiile dintre ele se creează variate modalități de stabilire a relațiilor cantitative dintre diferitele valori ale mărimilor, se sugerează aceste relații, se pun în evidență.

Paşii urmaţi în rezolvarea unei probleme prin această metodă sunt:

- se reprezintă fiecare necunoscută printr-o figură (segment , dreptunghi, cerc etc.);
- fiecare relaţie din textul problemei se schematizează utilizând figurile alese, obţinând modelul grafic al problemei;
- se fac legături pe schemă între necunoscute şi datele problemei şi se identifică raţionamentul de rezolvare;
- se fac calculele şi se determină necunoscutele;

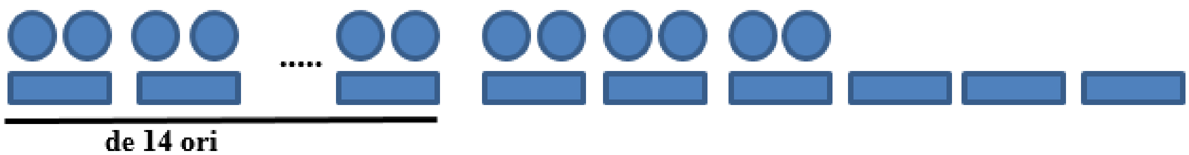
Problemele rezolvabile prin metoda figurativă se pot împărți în două mari caregorii

1. Cu date sau mărimi "discrete" – înțelegând prin aceasta că mărimile pot fi numărate una câte una sau pot fi puse în corespondență după anumite criterii transfigurate simbolic.
2. Cu date sau mărimi "continui" – în acest caz mărimile le configurăm de obicei prin segmente

Exemplul 1. Daca se așează câte un elev într-o bancă rămân 14 elevi în picioare. Dacă așezăm căte 2 elevi într-o bancă rămân 3 bănci libere. Câți elevi și câte bănci sunt?

Rezolvare. Din analiza primei părți a enunțului desprindem că mulțimea elevilor și mulțimea băncilor pot fi în așa fel "privite" încât elementele lor să fie organizate astfel : fiecărui elev îi corespunde o bancă , situație în care 14 elevi rămân în picioare, deci nu au loc. Figurăm această situație convenind să reprezentăm banca printr-un dreptunghi și elevul printr-un cerc.

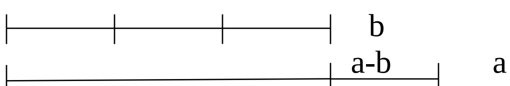
Analizând a doua parte a enunțului procedăm în felul următor: distribuim câte unul dintre cei 14 elevi rămași în picioare în câte o bancă. Se observă că aceștia vor ocupa 14 bănci, deci se vor completa cu ei 14 bănci cu câte 2 elevi, dar pentru că trebuie să rămână trei bănci libere înseamnă că din băncile cu un copil s-au ridicat încă trei elevi care au completat ca și ceilalți colegi ai lor trei bănci cu 2 elevi. Recapitulând , avem 14 bănci cu câte 2 elevi completate de cei 14 elevi ce erau în picioare și încă trei bănci cu 2 elevi completate prin ridicarea câte unui elev din 3 banci care trebuiau sa ramana libere.



Deci erau în clasă:
14 + 3 + 3 = 20 bănci și 20 + 14 = 34 elevi.

Exemplul 2. Suma a două numere este 35 iar diferența lor este cât a treia parte din numărul mai mic. Aflati cele două numere.

Rezolvare. Punem în evidență “informația” care ne spune că diferența numerelor este 1/3 din numărul mai mic, adică cel mic are 3 părți iar cel mare 4 părți.



Din desen rezultă că 7 părți, fiecare egală cu a treia parte din b, reprezinta 35. O parte reprezintă atunci 35 : 7 = 5. Atunci b = 3 · 5 = 15 și a = 35 – 15 = 20.

3. METODA COMPARAȚIEI SAU METODA ADUCERII LA ACELAȘI TERMEN DE COMPARAȚIE

Metoda comparaţiei se foloseşte la problemele în care se dau mai multe mărimi între care se pot stabili mai multe relaţii şi se cere să aflăm valorile acestor mărimi.

Etapele urmate în rezolvarea unei probleme prin această metodă sunt următoarele:

- se compară relaţiile date între mărimi;
- se transformă relaţiile (prin înmulţiri, adunări etc.) pentru a obţine acelaşi termen de comparaţie (aceleaşi mărimi pentru două sau mai multe necunoscute);
- prin reducere sau înlocuire se elimină una sau mai multe mărimile necunoscute în aşa fel încât să rămână o singură necunoscută;
- se determină necunoscuta rămasă;
- se determină celelalte necunoscute.

Exemplu. Un elev cumpără 7 pixuri și 3 stilouri plătind 141 lei. Un alt elev cumpără 2 pixuri și 6 stilouri, de același fel, plătind 246 lei. Câți lei costă un pix? Dar un stilou?

Rezolvare. Scriem în mod convenabil datele din enunț.

7 pixuri...................3 stilouri............141 lei
2 pixuri...................6 stilouri............246 lei

Înmulțim prima relație cu 2 pentru a avea același număr de stilouri. Noile relații sunt

14 pixuri...................6 stilouri..............282 lei
2 pixuri....................6 stilouri...............246 lei

În ambele cazuri avem același număr de stilouri de unde rezultă că diferența 282-246=36 lei provine din diferența numărului de pixuri cumpărate și anume 14-2=12 pixuri. Deci un pix a costat 36:12=3 lei. Pentru a afla cât a costat un stilou înlocuim valoarea unui pix în una din cele două relații. Înlocuind în a doua relație vom obține succesiv 2x3=6 lei, 246-6=240 lei, 240:6=40 lei costă un stilou.

4. METODA FALSEI IPOTEZE SAU METODA PRESUPUNERII

Problemele care se pot rezolva prin această metodă sunt foarte numeroase. Prin aceasta metodă poate fi rezolvată orice problemă ale cărei date sunt mărimi proporționale.

Metoda falsei ipoteze este metoda aritmetică prin care rezolvarea unei probleme are loc pe baza unei presupuneri, a unei ipoteze, confruntând apoi situația reală cu cea creată prin introducerea datelor ipotetice. Numele metodei se justifică prin faptul că ipoteza care se face nu corespunde decât întâmplator cu rezultatul problemei. Ea se utilizează în toate cazurile în care, prin ipotezele care se fac, se poate ajunge la stabilirea relațiilor dintre datele problemei și deci la rezolvarea ei.

De regulă, se pleacă de la întrebarea problemei, în sensul că asupra mărimii care se caută se face o presupunere complet arbitrară. Se reface apoi problema pe baza presupunerii facute.

Deoarece mărimile sunt proporționale, rezultatele obținute pe baza presupunerii se translatează în plus sau în minus, după cum presupunerea făcută este mai mica, respectiv mai mare decât rezultatul real. Refacând, așadar, problema, se ajunge la un rezultat care nu concordă cu cel real din problema. El este fie mai mare, fie mai mic decât acesta. În acest moment se compară rezultatul pe baza presupunerii, cu cel real din punct de vedere al enunțului și se observă de câte ori s-a greșit când s-a făcut presupunerea. Se obține, așadar, un număr cu ajutorul căruia se corecteaza presupunerea făcută, în sensul că se micșorează sau se mărește de acest numar de ori.

Metoda are și unele variante de aplicare, dar, în principiu, ea ramâne cea descrisă mai sus.

Problemele care se rezolvă prin aceasta metodă se pot clasifica în doua categorii, în funcție de numărul ipotezelor care sunt necesare, pentru orientarea raționamentului și determinarea rezultatelor:

1) Probleme de categoria I pentru rezolvarea cărora este suficientă o singură ipoteză;
2) Probleme de categoria a II-a, pentru rezolvarea cărora sunt necesare două sau mai multe ipoteze succesive.

Exemplu. Într-o curte sunt găini și purcei, în total 40 de capete și 100 de picioare. Câte găini și câți purcei sunt.

Rezolvare. Presupunem că avem în curte numai găini. Deci am avea 40 de capete și 80 de picioare. Diferența 100-80=20 picioare provine din presupunerea noastră și din diferența dintre numărul de picioare al găinilor și al purceilor 4-2=2 picioare. Deci în curte trebuie să avem și 20:2=10 purcei restul de 30 fiind găini.

5. METODA MERSULUI INVERS

Prin metoda mersului invers se rezolvă aritmetic anumite probleme în care elementul necunoscut apare în faza de început a șirului de calcule care se impun. Această metodă de rezolvare a problemelor de aritmetică se numește a mersului invers, deoarece operațiile se reconstituie în sens invers acțiunii problemei, adică de la sfârșit spre început, fiecărei operații corespunzându-i inversa ei. Metoda mersului invers se aplică atât în rezolvarea exercițiilor numerice care conțin necunoscută, cât și în rezolvarea problemelor care se încadreaza în tipul respectiv, adică în care datele depind unele de altele succesiv, iar enunțul respectivei probleme trebuie urmărit de la sfârsit spre început și în fiecare etapă se face operația inversă celei apărute în problemă. Deci, nu numai mersul este invers, ci și operațiile care se fac pentru rezolvare sunt inverse celor din problema. Proba se face aplicând asupra numărului găsit operațiile indicate în enunțul problemei.

Exemplu. Mă gândesc la un număr. Acest număr îl împart la 7, câtului obținut îi adaug 4, suma o înmulțesc cu 8 iar din produs scad 12 și obțin 60. La ce număr m-am gândit?

Rezolvare. Pecăm de la rezultatul final, în cazul nostru 60, și efectuăm de la sfârșit spre început operațiile inverse celor din enunț. Obținem 60+12=72, 72:8=9, 9-4=5, 5*7=35.Deci numărul inițial este 35.

6. REGULA DE TREI SIMPLĂ

Regula de trei simplă reprezintă o schemă de așezare a datelor și de utilizare a acestor date în orientarea și desfăşurarea procesului de gândire care intervine în examinarea și rezolvarea unor probleme cu mărimi proporționale.

În problemele care se rezolvă prin regula de trei simplă intervin doua mărimi direct sau invers proporționale, fiecare mărime cu câte o pereche de valori, una din aceste valori fiind necunoscută. Prin urmare, în aceasta categorie de probleme se dau trei valori cu ajutorul cărora se găsește cea de-a patra valoare, fapt care justifică numele pe care îl poartă: regula de trei.

Pentru rezolvarea problemelor prin regula de trei simplă este suficient să se așeze datele conform acestei reguli, iar în rezolvare și calcul să se utilizeze metoda proporțiilor (aflarea celui de-al patrulea proportional).

Se poate utiliza, de asemenea, în rezolvarea problemelor prin regula de trei simplă și metoda reducerii la unitate.

Pentru a rezolva corect o problemă prin această metodă trebuie stabilit mai întâi dacă mărimile sunt direct sau invers proporționale.

Exemplu. Un număr de 26 de muncitori sapă un șanț în 17 zile. În căte zile vor săpa același șanț 34 de muncitori.

Rezolvare 1 (metoda proporțiilor). Observăm că mărimile sunt invers proporționale deoarece un număr mai mare de muncitori va săpa șanțul într-un număr mai mic de zile.

Scriem datele problemei

26 muncitori.............................17 zile

34 muncitori............................ x zile

Utilizănd metoda proporțiilor obținem 26/34=x/17 de unde rezultă x=26*17:34=13 zile

Rezolvare 2 (metoda reducerii la unitate). Prin folosirea metofei reducerii la unitate vom determina mai întâi în cât timp va săpa șanțul un muncitor. Dacă 26 muncitori sapă șanțul în 17 zile atunci un muncitor va săpa șanțul în 26*17=442 zile. Deci 34 de muncitori vor săpa șanțul în 442:34=13 zile.

7. REGULA DE TREI COMPUSĂ

Problemele care se rezolvă prin regula de trei compusă exprimă dependența direct sau invers proportională a unei mărimi față de alte două sau mai multe mărimi. Ele au în general caracter practic aplicativ întrucât ilustrează prin elemente matematice o serie de situații reale, întâlnite în viața de toate zilele sau în diferitele aspecte ale procesului de producție.

Rezolvarea unei probleme prin regula de trei compusă presupune aplicarea succesivă a regulii de trei simplă, asociind mărimii care conține necunoscuta pe rând câte una din celelalte mărimi și exprimând valoarea necunoscută în funcție de acestea.

BIBLIOGRAFIE

1. **Ana, D., Ana, M.L., Logel, D., Logel-Stroescu , E.,** : *Metodica predarii matematicii la clasele I-IV*. Editura CARMINIS, Pitesti, 2005.
2. **Magdaş, I.,** *Didactica matematicii în învăţământul primar şi preşcolar- actualitate şi perspective*, Editura Presa Universitară Clujeană, Cluj-Napoca, 2010.
3. **Neacsu, I**.: *Metodica predarii matematicii la clasele I-IV*. Editura Didactica si Pedagogica, Bucuresti, 1988.
4. **Purcaru, M.A.P**., *Metodica activităților matematice și a aritmeticii pentru institutori/profesori din învățământul primar și preșcolar*, Editura Universității Transilvania Brașov, 2008.
5. **Vălcan, D.,** *Metodologia rezolvării problemelor de aritmetică*, Editura Casa Cărţii de Știinţă, Cluj-Napoca, 2005.
6. ****Manualele* scolare *(în vigoare) de matematic*a *pentru clasele 0-IV*.